**Лекция 2. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ КООРДИНАТЫ**

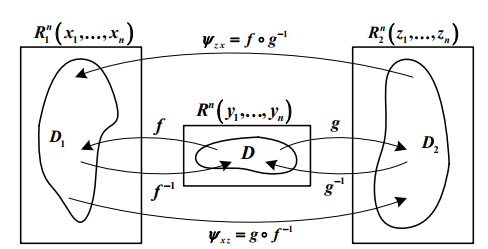
*Криволинейная система координат* в области D ⊂ Rn(y) - система гладких функций (x1(y1, ..., yn), ..., xn (y1, …, yn)), задающих взаимно-однозначное отображение области D на некоторую область D1 ⊂ Rn1 (x), причем эти функции таковы, что якобиан отличен от нуля во всех точках области D

J(y) =

Отличие от нуля якобиана J(y) при всех y ∈ D гарантирует, что отображение f−1 (x), обратное к f(y) также является гладким.

Отображение f: D → Rn 1 - гладкое отображением класса Cr (D) при 1≤r<∞, или r = ∞, или r = ω, если оно дифференцируемо до порядка r включительно, или бесконечно дифференцируемо (аналитично соответственно).

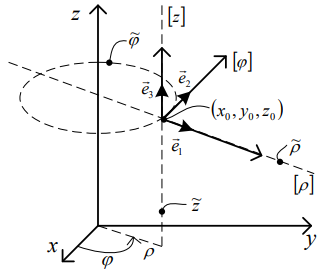
**Замена координат:**

Пусть y = (y1, ..., yn) ∈ Rn(y), и в области D ⊂ Rn(y) две системы координат x(y) = (x1(y), ..., xn(y)) и z(y) = (z1(y), ..., zn(y)) заданы отображениями f: D → D1 ⊂ Rn1 (x) и g: D → D2 ⊂ Rn2 (z). *Заменой координат* x на z (или z на x) - отображение ψxz: D1 → D2(ψzx: D2 → D1), задаваемое формулой ψxz = g ◦f−1 (соответственно, ψzx = f ◦g −1), то есть ψxz(x) = g(f −1 (x)) (ψzx(z) = f(g−1(z)).

**Локальные базисы:**

В механике фиксированную декартову систему координат в R3 часто обозначают Oxyz, а упорядоченный набор координат точки рассматривают как радиус-вектор = (x, y, z) = x + y + z , где ,, — орты системы Oxyz. Криволинейные координаты обозначим = (q1, q2, q3) и будем задавать их формулами qi = qi(), = (x, y, z) ∈ D, i = 1, 2, 3, то есть = (), или x = x(), y = y(), z = z(), = () при = (q1, q2, q3) ∈ Q = { | = (), ∈ D }, причем предполагается, что ( ()) = , ( ()) = в областях Q и D соответственно.

Пусть = (q1,0, q2,0, q3,0) ∈ Q, = () = (x0, y0, z0), тогда множества (qi,0) = {(x, y, z) ∈ D | qi(x, y, z) = qi,0 } , i = 1, 2, 3 - координатные поверхности криволинейной системы координат = (q1, q2, q3) в точке (q1,0, q2,0, q3,0), а = (q1,0) ∩ (q2,0), = (q1,0) ∩ (q3,0), = (q2,0) ∩ (q3,0) - ее координатными линиями в этой точке. Ясно, что (q1,0) ∩ (q2,0) ∩ (q3,0) = {(x0, y0, z0)}.

Вектора , , составляют строки матрицы якобиана и должны быть ненулевыми. Эти векторы являются касательными в точке = (q1,0, q2,0, q3,0) ∈ Q к линиям , , соответственно.

Совокупность трех векторов (, ) единичной длины, определяемых формулой = , i = 1, 2, 3 - локальный базис в точке = (q1,0, q2,0, q3,0) рассматриваемой криволинейной системы координат. Пусть векторы , взаимно ортогональны в точке = (q1,0, q2,0, q3,0), тогда базис и сама криволинейная система - ортогональные в этой точке.

Условия ортогональности локального базиса: = 0, = 0, = 0, что эквивалентно ()/()= 0, (/() = 0, = 0, и равенствам ()/()+ ()/()+ ()/()=0, i,j=1,2,3, i≠j.